



## Modelo para Determinação do Diâmetro e Velocidade de Escoamento Econômica em Sistemas Elevatórios de Água

### João L. Zocoler

Depto de Fitossanidade, Engenharia Rural e Solos, FEIS, UNESP,  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
E-mail: zocoler@agr.feis.unesp.br

### Luís A.F. Oliveira,

Depto de Matemática, FEIS, UNESP,  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
E-mail: lafo@fqm.feis.unesp.br

### Francisco C. Baggio Filho

Graduado em Agronomia, FEIS, UNESP  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
xikobaggio@terra.com.br

### Fernando B.T. Hernandez

Depto de Fitossanidade, Engenharia Rural e Solos, FEIS, UNESP,  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
E-mail: fbhtang@agr.feis.unesp.br

**Resumo:** *O presente trabalho teve o objetivo de desenvolver um modelo para cálculo da velocidade de escoamento econômica, obtendo-se o diâmetro econômico, utilizando a equação de Swamee para o fator de atrito, através da minimização do custo anual total. A aplicação do modelo numa condição normal de abastecimento, mostrou que o diâmetro da condição real, 250 mm, comparado ao calculado pelo modelo na condição correspondente à tarifação praticada na propriedade, 284,1 mm, implica na necessidade de geração, transmissão e distribuição de uma energia elétrica extra, devida a maior perda de carga causada pelo diâmetro original, de aproximadamente 30800 kWh/ano. Isto significa que, em um ano, o consumidor gastaria R\$ 2804,00 a mais somente com o custo de bombeamento.*

**Palavras-chave:** energia, bombeamento, custos, otimização.

### Introdução

Os sistemas elevatórios de água remontam à antiguidade e são utilizados para muitas atividades humanas, seja para dessedentar homens e animais, seja para produção de alimentos, seja para a produção industrial. A análise econômica de tais sistemas assume grande importância, uma vez que o capital neles empregado é freqüentemente elevado e seus custos podem viabilizar ou não as atividades produtivas que o utilizam.

Os custos de um sistema elevatório de água são influenciados por muitas variáveis, todavia, a maioria está atrelada aos atributos físicos do local, o que as tornam constantes quando se trata de um caso

especificamente. As principais são: comprimento da tubulação e tipo de material, desnível topográfico, necessidade de vazão, pressão no final da adutora e comprimento da linha elétrica de alta tensão, se o bombeamento for com motores à eletricidade. Por sua vez, o diâmetro da tubulação de recalque é uma variável que acarreta intensa variação nos custos do sistema e não está atrelada, teoricamente, aos atributos físicos do local [9].

Fazendo o bombeamento com velocidade de escoamento baixa, resulta num diâmetro relativamente elevado, implicando em maiores gastos na tubulação e menores com bombas, motores e energia para acioná-los, devido às menores alturas manométricas. Se, ao contrário, o bombeamento for com velocidade alta, o diâmetro será relativamente baixo, elevando a altura manométrica e, conseqüentemente, maiores gastos com bombas, motores e energia. A escolha do diâmetro adequado deve ser feita, portanto, mediante avaliação econômica [3], procurando o custo anual total mínimo, em termos de valor presente, considerando o custo anual fixo, decorrente do investimento inicial, e o custo anual variável, decorrente do bombeamento e manutenção, principalmente [10].

Com base no critério do custo total mínimo, algumas fórmulas foram desenvolvidas, sendo que, provavelmente, a mais difundida seja a de Bresse, aplicada para operação contínua:

$$\phi = K.Q^{0,5} \quad (\text{Bresse}) \quad (1)$$

em que:

$\phi$  – diâmetro da tubulação de recalque (m);

$Q$  – vazão (m<sup>3</sup>/s);

$K$  – constante que depende, basicamente, da relação de

custos da unidade de potência para o conjunto elevatório, incluindo unidades de reserva, conservação e custeio, e da unidade de comprimento da tubulação assentada. Em geral, seu valor está entre 0,7 e 1,3.

*Nota: Jaques Antoine Charles Bresse (1822-1883), nascido em Vienne, Isère, professor de Matemática em Paris.*

Quando o funcionamento da instalação de recalque não é contínuo, o diâmetro econômico pode ser calculado pela fórmula de Forchheimer ou pela fórmula da Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, citados por [7]:

$$\phi = 1,46 \cdot X^{0,25} \cdot \sqrt{Q} \quad (\text{Forchheimer}) \quad (2)$$

$$\phi = 1,3 \cdot T^{0,25} \cdot \sqrt{Q} \quad (\text{ABNT}) \quad (3)$$

em que:

$\phi$  – diâmetro da tubulação, em m;

$Q$  – vazão do sistema, em m<sup>3</sup>/s;

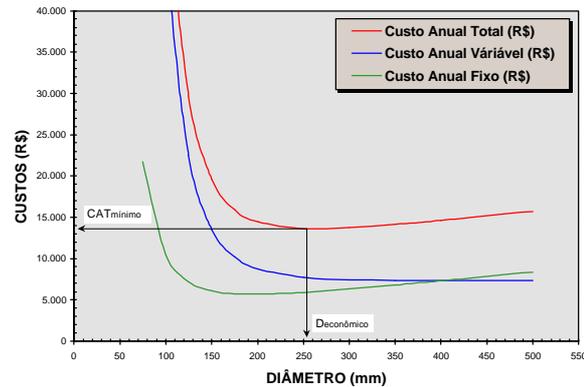
$X$  – número de horas de trabalho da instalação por ano dividido por 8760;

$T$  – número de horas de trabalho da instalação por dia dividido por 24.

*Nota: Philipp Forchheimer (1852-1933), natural de Vienna, Áustria, professor de Hidráulica em Aachen e Graz.*

Além destas, outros pesquisadores desenvolveram fórmulas ou modelos para o cálculo do diâmetro econômico, podendo-se citar: Camp [2], Cuomo e Villela [4], Babbitt [1], Deb [5], Lencastre [6], Coiado e Rivelli [3] e Zocoler [9].

O modelo de Zocoler [9] permite a estimativa e minimização do custo anual total de um sistema elevatório de água acionado com motores à combustão interna ou com motores à eletricidade. No caso de motores à eletricidade, considera, também, as modalidades de tarifação da energia elétrica e os descontos especiais concedidos aos consumidores rurais. A aplicação do modelo a um sistema elevatório de água para irrigação, que demandava uma vazão de 245,19 m<sup>3</sup>/h e cuja tubulação de recalque original de aço galvanizado possuía diâmetro 216,4 mm (diâmetro equivalente), mostrou que o diâmetro teórico mais econômico seria 265,5 mm (Figura 1), quando o acionamento fosse à eletricidade, na modalidade de tarifação verde e com desconto especial para irrigantes noturnos, condição que foi considerada mais vantajosa para o consumidor.



**Figura 1.** Custo anual do sistema elevatório de água em função do diâmetro da tubulação.

No mesmo trabalho, também se verificou que os custos do sistema com motores à diesel foram superiores aos à eletricidade em todas as modalidades de tarifas de energia elétrica. Efetuando-se uma análise de sensibilidade do modelo, o autor verificou que somente haveria um maior custo anual total do sistema à eletricidade, em relação ao diesel, se o comprimento da linha de alta tensão fosse superior a 14186 m.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo para cálculo da velocidade de escoamento econômica, obtendo-se o diâmetro econômico, utilizando a equação de Swamee para o fator de atrito, através da minimização do custo anual total. A velocidade de escoamento econômica pode ser utilizada como referência para o dimensionamento de sistemas de irrigação e/ou abastecimento de água de um modo geral. Também teve o proposto de aplicá-lo numa condição normal de abastecimento para comparação entre o diâmetro existente e os calculados pelo modelo.

## Metodologia

A velocidade econômica de escoamento decorre do cálculo do diâmetro da tubulação de recalque que proporciona o menor custo anual total (CAT) do sistema, ou seja, o diâmetro quando  $dCAT/d\phi = 0$ . O CAT é resultado da soma do custo anual fixo (CAF) com o custo anual variável (CAV).

No custo anual fixo são consideradas a amortização anual (AMA) e a remuneração anual (REA) do capital investido nos componentes do sistema, ou sejam, tubos, bombas, acessórios em geral, motores (à eletricidade ou à combustão), comandos de partida,

transformadores, casa de bombas e infra-estrutura geral.

No CAV são considerados, basicamente, o custo anual de bombeamento (CABO) e o custo anual de manutenção e reparos (CAMR).

Para a obtenção do diâmetro econômico, o modelo foi desenvolvido em duas etapas, denominadas: *Primeira e Segunda Aproximação*.

### Primeira Aproximação

Na primeira aproximação, o custo anual fixo foi definido somente em função do diâmetro da tubulação de recalque, que influi diretamente na altura manométrica do sistema e, conseqüentemente, na potência da bomba, motor e demais componentes necessários para o seu acionamento (componentes ativos), além, evidentemente, de influir no dispêndio com a energia e com a manutenção e reparos dos mesmos, ou seja, no custo anual variável. Todavia, o investimento na bomba, motor e demais componentes ativos não foram considerados no custo anual fixo (na primeira aproximação) porque é pouco precisa a relação funcional entre o preço e a potência da bomba, quando não se tem definido o modelo ou série comercial de bombas homólogas utilizadas no sistema, fato atribuído à ampla variação da altura manométrica possível na primeira aproximação. Exemplo: o modelo de bomba multicelular apresenta preço consideravelmente superior ao modelo unicelular padrão mesmo que as potências absorvidas por ambas sejam semelhantes.

No entanto, com a primeira aproximação do diâmetro econômico, a altura manométrica terá uma menor amplitude de variação na segunda aproximação, fato que possibilita a definição da série (ou modelo) de bomba a ser utilizada no sistema e, conseqüentemente, uso de uma relação funcional mais precisa para estimativa do custo anual fixo.

Sendo assim, o custo anual fixo (CAF, em \$ - unidades monetárias) na primeira aproximação foi calculado pela equação:

$$CAF = \frac{L.a.\phi^b.(1-R)r}{(1+r)^{PA} - 1} + \frac{L.a.\phi^b.(1+r)^{PA} - 1}{\left[ \sum_{n=1}^{PA} (1+r)^n \right] + 1} \quad (5)$$

em que:

L – comprimento da tubulação de recalque (m);

$\phi$  – diâmetro da tubulação de recalque (m);

a e b – coeficientes de ajuste de regressão multiplicativa entre o diâmetro da tubulação de recalque e seu custo (Zocoler, 1994);

R – valor residual do sistema;

r – taxa anual de juros;

n – expoente polinomial (número natural);

PA – período de amortização ou vida útil da tubulação (anos).

O primeiro termo da eq.(5) corresponde à amortização anual unitária do sistema e o segundo à remuneração anua unitária do capital.

Com o propósito de facilitar a derivação da função, o custo anual de bombeamento (CABO, em \$) foi definido somente em relação à perda de carga, uma vez que a altura geométrica de elevação da água ( $h_g$ ) e a carga piezométrica necessária no final da tubulação de recalque ( $h_p$ ) são valores constantes na função, e, somadas à perda de carga ( $h_f$ ), resultam na altura manométrica total (H).

Sendo assim, o custo anual de bombeamento da perda de carga do sistema quando as bombas forem acionadas por motores à combustão foi calculado pela equação:

$$CABO = \frac{Q.\gamma.c_o.c_u.t_a}{735.\eta_{b(1)}}.h_f \quad (6)$$

em que:

Q – vazão do sistema ( $m^3/s$ );

$\gamma$  – peso específico da água ( $N/m^3$ );

$\eta_{b(1)}$  – rendimento da bomba hidráulica (1ª aproximação);

$c_o$  – consumo unitário do motor à combustão, que em geral vale  $0,000225 m^3/cv.h$ ;

$c_u$  – custo unitário do combustível ( $$/m<sup>3</sup>);$

$t_a$  – tempo anual de funcionamento do sistema (h);

$h_f$  – perda de carga ocorrida na tubulação de recalque (m), que pode ser calculada pela equação:

$$h_f = \frac{16.Q^2.L}{\pi^2.2.g} \cdot \frac{f}{\phi^5} \quad (7)$$

em que:

g – aceleração da gravidade, considerada  $9,80 m/s^2$ ;

f – fator de atrito, obtido pela fórmula de Swamee (1993), permite o cálculo de “f” tanto para o escoamento laminar como para o escoamento turbulento, podendo ser obtido por:

$$f = \left\{ \left[ \left( \frac{64 \cdot \pi \cdot \phi \cdot v}{4 \cdot Q} \right)^8 + \ln \left[ \frac{e}{3,7 \cdot \phi} + \frac{5,74}{\left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \phi \cdot v} \right)^{0,9}} \right] - \left[ \left( \frac{2500 \cdot \pi \cdot \phi \cdot v}{4 \cdot Q} \right)^6 \right] \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (8)$$

em que:

$v$  – viscosidade cinemática (m<sup>2</sup>/s);

$e$  – rugosidade absoluta interna da tubulação (m).

O custo anual de bombeamento do sistema quando as bombas forem acionadas por motores à eletricidade foi calculado pela equação:

$$CABO = FAD + FAC + AJA \quad (9)$$

em que:

FAD – faturamento anual da demanda (\$);

FAC – faturamento anual de consumo (\$);

AJA – ajuste anual referente ao fator de potência (\$), considerado nulo quando a instalação possui banco de capacitores para elevar o fator ao nível mínimo exigido pela concessionária de energia elétrica para sua isenção.

Os dois primeiros membros da eq.(9) são calculados em conformidade com a modalidade de tarifação da energia elétrica, ou seja, se convencional ou horo-sazonal, além da concessão ou não do desconto especial sobre a tarifa de consumo para o subgrupo A4 – consumidores rurais irrigantes com medidor exclusivo para a irrigação, conforme a Portaria nº 105 de 3 de abril de 1992 do DNAEE.

Assim, em consonância ao escopo do trabalho, foram definidas equações para cálculo do FAD e FAC para as modalidades: convencional sem e com o desconto especial para irrigantes e horo-sazonal verde sem e com o desconto especial para irrigantes.

*i) Tarifação convencional sem o desconto:*

$$FAD = DM \cdot TD_c \cdot (12 - d) + 0,10 \cdot d \cdot DM \cdot TD_c \quad (10)$$

em que:

$TD_c$  – tarifa de demanda convencional (\$/kW);

$d$  – número de meses completos por ano que o sistema elevatório fica desligado e, com isso, ocorre faturamento de demanda correspondente a 10% da maior demanda medida nos últimos 11 meses, ou seja, a  $DM_{m\acute{a}x}$  (OBS: 0 £ d £ 11 sempre);

DM – demanda de potência medida (kW), obtida pela equação:

$$DM = \frac{Q \cdot \gamma}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (11)$$

em que:

$\eta_{mb(1)}$  – rendimento esperado do conjunto motor elétrico e bomba hidráulica (1ª aproximação)

$$FAC = CM_a \cdot TC_c \quad (12)$$

em que:

$TC_c$  – tarifa de consumo convencional (\$/kWh);

$CM_a$  – consumo de energia elétrica medido no ano (kWh), obtido por:

$$CM_a = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_a}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (13)$$

em que:

$t_a$  – tempo de funcionamento do sistema elevatório no ano (h);

*ii) Tarifação convencional com o desconto:*

FAD – idem à equação 10

$$FAC = TC_c \cdot [CM_{he} \cdot (1 - fdtc) + CM_{hc}] \quad (14)$$

em que:

$fdtc$  – fração de desconto sobre a tarifa de consumo (0,70, 0,80 ou 0,90, conforme a região do país);

$CM_{he}$  – consumo de energia elétrica medido no horário especial para irrigantes (23 às 5h) no ano (kWh);

$CM_{hc}$  – consumo de energia elétrica medido no horário complementar ao especial para irrigantes no ano (kWh).

O consumo de energia elétrica medido no horário especial para irrigantes no ano é obtido pela equação:

$$CM_{he} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{he}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (15)$$

em que:

$t_{he}$  – tempo de funcionamento do sistema no horário especial para irrigantes no ano (h);

O consumo de energia elétrica medido no horário complementar ao especial para irrigantes no ano é obtido pela equação:

$$CM_{hc} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{hc}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (16)$$

em que:

$t_{hc}$  – tempo de funcionamento do sistema no horário fora de ponta no ano (h);

iii) *Tarifação horo-sazonal verde sem o desconto:*

$$FAD = [DM.TD_v + (DM - DC).TU_v](12 - d) + 0,10.d.DM.TD_v \quad (17)$$

em que:

DC – demanda contratada com a concessionária de energia elétrica (kW);

TD<sub>v</sub> – tarifa de demanda verde (\$/kW);

TU<sub>v</sub> – tarifa de ultrapassagem de demanda verde (\$/kW), que somente é aplicada se: (i) a demanda medida for superior a 10% da demanda contratada, quando a demanda contratada for superior a 100kW, (ii) a demanda medida for superior a 20% da demanda contratada, quando a demanda contratada for de 50 kW a 100 kW. Portanto, o termo (DM – DC).TU<sub>v</sub> da eq.(17) não é aplicado se o contrato for adequado, fato considerado no desenvolvimento do modelo.

$$FAC = CM_{pu} \cdot TC_{vpu} + CM_{fpu} \cdot TC_{vfpu} + CM_{ps} \cdot TC_{vps} + CM_{fps} \cdot TC_{vfps} \quad (18)$$

em que:

CM<sub>pu</sub> – consumo medido (kWh) no horário de ponta (17 às 21h ou definido pela concessionária) no período úmido;

CM<sub>fpu</sub> – consumo medido (kWh) no horário fora de ponta (horas complementares à de ponta) no período úmido;

CM<sub>ps</sub> – consumo medido (kWh) no horário de ponta no período seco;

CM<sub>fps</sub> – consumo medido (kWh) no horário fora de ponta no período seco;

TC<sub>vpu</sub> – tarifa de consumo verde no horário de ponta no período úmido (\$/kWh);

TC<sub>vfpu</sub> – tarifa de consumo verde no horário fora de ponta no período úmido (\$/kWh);

TC<sub>vps</sub> – tarifa de consumo verde no horário de ponta no período seco (\$/kWh);

TC<sub>vfps</sub> – tarifa de consumo verde no horário fora de ponta no período seco (\$/kWh).

O consumo medido no horário de ponta no período úmido é obtido pela equação:

$$CM_{pu} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{pu}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (19)$$

em que:

t<sub>pu</sub> – tempo de funcionamento do sistema no horário de ponta no período úmido (h).

O consumo medido no horário fora de ponta no

período úmido é obtido pela equação:

$$CM_{fpu} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{fpu}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (20)$$

em que:

t<sub>fpu</sub> – tempo de funcionamento do sistema no horário fora de ponta no período úmido (h).

O consumo medido no horário de ponta no período seco é obtido por:

$$CM_{ps} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{ps}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (21)$$

em que:

t<sub>ps</sub> – tempo de funcionamento do sistema no horário de ponta no período seco (h);

O consumo medido no horário fora de ponta no período seco é obtido pela equação:

$$CM_{fps} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{fps}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (22)$$

em que:

t<sub>fps</sub> – tempo de funcionamento do sistema no horário fora de ponta no período seco (h);

iv) *Tarifação horo-sazonal verde com o desconto:*

FAD – idem à equação 17

$$FAC = CM_{pu} \cdot TC_{vpu} + [CM_{fpcu} + CM_{heu} \cdot (1 - fdtc)] TC_{vfpu} + CM_{ps} \cdot TC_{vps} + [CM_{fpcs} + CM_{hes} \cdot (1 - fdtc)] TC_{vfps} \quad (23)$$

em que:

CM<sub>heu</sub> – consumo medido (kWh) no horário especial para irrigantes no período úmido;

CM<sub>fpcu</sub> – consumo medido (kWh) no horário fora de ponta complementar ao horário especial para irrigantes no período úmido;

CM<sub>hes</sub> – consumo medido (kWh) no horário especial para irrigantes no período seco;

CM<sub>hecs</sub> – consumo medido (kWh) no horário fora de ponta complementar ao horário especial para irrigantes no período seco;

O consumo medido no horário especial para irrigantes no período úmido é obtido pela equação:

$$CM_{heu} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{heu}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (24)$$

em que:

t<sub>heu</sub> – tempo de funcionamento do sistema elevatório no horário especial para irrigantes no período úmido (h);

O consumo medido no horário fora de ponta complementar ao horário especial para irrigantes no período úmido é obtido pela equação:

$$CM_{fpcu} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{fpcu}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (25)$$

em que:

$t_{fpcu}$  – tempo de funcionamento do sistema elevatório no horário fora de ponta complementar ao horário especial para irrigantes no período úmido (h);

O consumo medido no horário especial para irrigantes no período seco é obtido pela equação:

$$CM_{hes} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{hes}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (26)$$

em que:

$t_{hes}$  – tempo de funcionamento do sistema elevatório no horário especial para irrigantes no período seco (h);

O consumo medido no horário fora de ponta complementar ao horário especial para irrigantes no período seco é obtido pela equação:

$$CM_{fpcs} = \frac{Q \cdot \gamma \cdot t_{fpcs}}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot h_f \quad (27)$$

em que:

$t_{fpcs}$  – tempo de funcionamento do sistema no horário fora de ponta complementar ao horário especial para irrigantes no período seco (h);

No modelo somente foram consideradas as perdas na tubulação de recalque. Todavia, caso as perdas de carga localizadas e da tubulação de sucção (que na maioria dos casos são pequenas o suficiente para serem desprezadas em relação às do recalque) tiverem que ser consideradas, basta acrescentar ao comprimento da tubulação de recalque (L) a parte equivalente a elas (método dos comprimentos virtuais).

Na primeira aproximação não foi considerado o custo anual de manutenção e reparos, que é calculado considerando-o uma fração (m) do investimento inicial no sistema, pois o investimento inicial somente considerou a tubulação de recalque.

Sendo que a velocidade econômica de escoamento é decorrente do diâmetro da tubulação de recalque quando  $dCAT/d\phi = 0$ , e devido à numerosa quantidade de equações e elementos nelas presentes, foram isolados os elementos considerados constantes para

facilitar a derivação, definindo-se então os que estão operando com a variável  $\phi$ :

$$K_1 = \frac{(1-R)r}{(1+r)^{PA} - 1} \quad (28)$$

$$K_2 = \frac{(1+r)^{PA} - 1}{\left[ \sum_{n=1}^{PA} (1+r)^n \right] + 1} \quad (29)$$

$$K_3 = \frac{Q \cdot \gamma \cdot c_o \cdot c_u \cdot t_a}{735 \cdot \eta_{b(1)}} \quad (30)$$

$$K_4 = \frac{16 \cdot Q^2 \cdot L}{\pi^2 \cdot 2 \cdot g} \quad (31)$$

$$K_5 = \frac{Q \cdot \gamma}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \cdot (12-d) + 0,1 \cdot d \cdot \frac{Q \cdot \gamma}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \quad (32)$$

$$K_6 = \frac{Q \cdot \gamma}{1000 \cdot \eta_{mb(1)}} \quad (33)$$

Como o fator de atrito “f” da fórmula de perda de carga (eq.7) também é função do diâmetro, foram isolados os seguintes elementos, considerados constantes, para facilitar a sua derivação:

$$K_7 = \left( \frac{64 \cdot \pi \cdot v}{4 \cdot Q} \right)^8 \quad (34)$$

$$K_8 = \frac{e}{3,7} \quad (35)$$

$$K_9 = \frac{5,74}{\left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot v} \right)^{0,9}} \quad (36)$$

$$K_{10} = \frac{2500 \cdot \pi \cdot v}{4 \cdot Q} \quad (37)$$

Substituindo-se as constantes  $K_7$ ,  $K_8$ ,  $K_9$  e  $K_{10}$  na eq.8, tem-se:

$$f = \left\{ K_7 \cdot \phi^8 + 9,5 \cdot \left[ \ln \left( \frac{K_8}{\phi} + K_9 \cdot \phi^{0,9} \right) - K_{10} \cdot \phi^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (38)$$

Finalmente, fazendo-se as substituições, a equação geral do custo anual total (CAT) e a sua derivada em relação ao diâmetro da tubulação de recalque ( $dCAT/d\phi$ ) para minimização do custo anual total dos sistemas à combustão e à eletricidade nas duas modalidades de tarifação e nos dois tipos de aplicação (sem desconto e com desconto para irrigantes), são obtidas pelas equações:

i) sistema à combustão:

$$CAT = (K_1 + K_2).L.a.\phi^b + K_3.K_4.\frac{f}{\phi^5} \quad (39)$$

$$\frac{dCAT}{d\phi} = (K_1 + K_2).L.a.b\phi^{b-1} - 5.f.\phi^{-6}.(K_3.K_4) + \frac{df}{d\phi}.\phi^{-5}.(K_3.K_4) \quad (40)$$

ii) sistema à eletricidade na tarifação convencional sem o desconto:

$$CAT = (K_1 + K_2).L.a.\phi^b + (K_4.K_5.TD_c + K_4.K_6.t_a.TC_c).\frac{f}{\phi^5} \quad (41)$$

$$\frac{dCAT}{d\phi} = (K_1 + K_2).L.a.b\phi^{b-1} - 5.f.\phi^{-6}.(K_4.K_5.TD_c + K_4.K_6.t_a.TC_c) + \frac{df}{d\phi}.\phi^{-5}.(K_4.K_5.TD_c + K_4.K_6.t_a.TC_c) \quad (42)$$

ii) sistema à eletricidade na tarifação convencional com o desconto:

$$CAT = (K_1 + K_2).L.a.\phi^b + \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_c + \\ K_4.K_6.t_{hc}.TC_c + \\ K_4.K_6.t_{he}.(1-fdtc).TC_c \end{array} \right) \frac{f}{\phi^5} \quad (43)$$

$$\frac{dCAT}{d\phi} = (K_1 + K_2).L.a.b\phi^{b-1} - 5.f.\phi^{-6} \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_c + \\ K_4.K_6.t_{hc}.TC_c + \\ K_4.K_6.t_{he}.(1-fdtc).TC_c \end{array} \right) + \frac{df}{d\phi}.\phi^{-5} \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_c + \\ K_4.K_6.t_{hc}.TC_c + \\ K_4.K_6.t_{he}.(1-fdtc).TC_c \end{array} \right) \quad (44)$$

iii) sistema à eletricidade na tarifação horo-sazonal verde sem o desconto:

$$CAT = (K_1 + K_2).L.a.\phi^b + \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_v + \\ K_4.K_6.t_{pu}.TC_{vpu} + \\ K_4.K_6.t_{fpu}.TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{ps}.TC_{vps} + \\ K_4.K_6.t_{fps}.TC_{vfps} \end{array} \right) \frac{f}{\phi^5} \quad (45)$$

$$\frac{dCAT}{d\phi} = (K_1 + K_2).L.a.b\phi^{b-1} - 5.f.\phi^{-6} \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_v + \\ K_4.K_6.t_{pu}.TC_{vpu} + \\ K_4.K_6.t_{fpu}.TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{ps}.TC_{vps} + \\ K_4.K_6.t_{fps}.TC_{vfps} \end{array} \right) + \frac{df}{d\phi}.\phi^{-5} \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_v + \\ K_4.K_6.t_{pu}.TC_{vpu} + \\ K_4.K_6.t_{fpu}.TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{ps}.TC_{vps} + \\ K_4.K_6.t_{fps}.TC_{vfps} \end{array} \right) \quad (46)$$

iv) sistema à eletricidade na tarifação horo-sazonal verde com o desconto:

$$CAT = (K_1 + K_2).L.a.\phi^b + \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_v + \\ K_4.K_6.t_{pu}.TC_{vpu} + \\ K_4.K_6.t_{fpcu}.TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{heu}.(1-fdtc).TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{ps}.TC_{vps} + \\ K_4.K_6.t_{fpcs}.TC_{vfps} + \\ K_4.K_6.t_{hes}.(1-fdtc).TC_{vfps} \end{array} \right) \frac{f}{\phi^5} \quad (47)$$

$$\frac{dCAT}{d\phi} = (K_1 + K_2).L.a.b\phi^{b-1} - 5.f.\phi^{-6} \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_v + \\ K_4.K_6.t_{pu}.TC_{vpu} + \\ K_4.K_6.t_{fpcu}.TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{heu}.(1-fdtc).TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{ps}.TC_{vps} + \\ K_4.K_6.t_{fpcs}.TC_{vfps} + \\ K_4.K_6.t_{hes}.(1-fdtc).TC_{vfps} \end{array} \right) + \frac{df}{d\phi}.\phi^{-5} \left( \begin{array}{l} K_4.K_5.TD_v + \\ K_4.K_6.t_{pu}.TC_{vpu} + \\ K_4.K_6.t_{fpcu}.TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{heu}.(1-fdtc).TC_{vfpu} + \\ K_4.K_6.t_{ps}.TC_{vps} + \\ K_4.K_6.t_{fpcs}.TC_{vfps} + \\ K_4.K_6.t_{hes}.(1-fdtc).TC_{vfps} \end{array} \right) \quad (48)$$

Nas equações 40, 42, 44, 46 e 48 não foram explicitadas as equações de “F” e de “df/dφ”. Tomando-se a eq.38, sua derivada em relação ao diâmetro da tubulação de recalque (df/dφ) é obtida por:

$$\frac{df}{d\phi} = 0,125 \cdot \frac{8 \cdot K_7 \cdot \phi^7 - 152 \cdot \frac{\frac{-K_8}{\phi^2} + 0,9 \cdot \frac{K_9}{\phi^{0,1}} - 6 \cdot K_{10} \cdot \phi^5}{\frac{K_8}{\phi} + E \cdot \phi^{0,9}} \cdot \left\{ \ln \left( \frac{K_8}{\phi} + K_9 \cdot \phi^{0,9} \right) - K_{10} \cdot \phi^6 \right\}^{17}}{\left[ K_7 \cdot \phi^8 + \frac{9,5}{\left[ \ln \left( \frac{K_8}{\phi} + K_9 \cdot \phi^{0,9} \right) - K_{10} \cdot \phi^6 \right]^{16}} \right]^{0,875}} \quad (49)$$

Portanto, igualando-se as equações 40, 42, 44, 46 e 48 a zero, obtém-se o diâmetro econômico da tubulação de recalque na primeira aproximação.

### Segunda Aproximação

Na segunda aproximação são incluídos os componentes “ativos” do sistema que apresentam expressiva participação no investimento inicial, como a bomba e o motor (à combustão ou à eletricidade) acompanhado dos acessórios para seu acionamento, e que influem diretamente na otimização do sistema. Estes componentes alteram o custo anual fixo do sistema e por serem, juntamente com a tubulação de recalque, a parcela mais significativa do investimento inicial, permitem com melhor precisão a inclusão do custo anual de manutenção e reparos do sistema.

Outro aspecto a ser considerado é que devido a definição da série (ou modelo) de bomba a ser utilizada, o rendimento do conjunto motobomba (ou só bomba para o sistema à combustão) apresenta um valor mais preciso em relação ao utilizado na primeira aproximação, em que se inseria um valor esperado, todavia, incerto. Sendo assim, em todos termos do CAT em que estão presentes as constantes  $K_5$  e  $K_6$ , devem ser substituídos os valores do rendimento esperado na primeira aproximação ( $\eta_{mb(1)}$ ), menos preciso, pelo rendimento esperado na segunda aproximação ( $\eta_{mb(2)}$ ), mais preciso.

Considerando o exposto, em relação às equações 39, 41, 43, 45 e 47 são acrescentados, também, os seguintes termos:

$$(K_1 + K_2) \cdot K_6 \cdot K_4 \cdot \frac{f}{\phi^5} \cdot C_{ub} + \left( K_6 \cdot K_4 \cdot \frac{f}{\phi^5} \cdot C_{ub} + L \cdot a \cdot \phi^b \right) m \quad (50)$$

em que:

$C_{ub}$  – custo unitário dos componentes ativos do sistema (\$/kW);

$m$  – fração do custo do sistema que é gasto anualmente para sua manutenção e reparos.

O segundo termo da eq.(50) corresponde ao custo anual de manutenção e reparos do sistema (CAMR) que influi no cálculo do diâmetro econômico.

O custo unitário dos componentes ativos do sistema ( $C_{ub}$ ) é calculado da seguinte maneira para o sistema à combustão e à eletricidade, respectivamente:

$$C_{ub} = \frac{P_b + P_{mcc}}{Pot_{mr}} \quad (51)$$

$$C_{ub} = \frac{P_b + P_{me} + P_{cp} + P_{te} + P_{ae}}{Pot_{mr}} \quad (52)$$

em que:

$P_b$  – preço de aquisição da bomba hidráulica (\$);

$P_{mcc}$  – preço de aquisição do motor à combustão completo, ou seja, com todos componentes para sua operação (bomba injetora, tanque de combustível, bateria, comando de partida, sistema de arrefecimento, etc...);

$P_{me}$  – preço de aquisição do motor elétrico (\$);

$P_{cp}$  – preço do comando de partida (\$);

$P_{te}$  – preço do transformador elétrico (\$);

$P_{cp}$  – preço dos acessórios elétricos, tais como cabos, conectores, separadores, banco de capacitores, etc...(\$);

$Pot_{mr}$  – potência desenvolvida pelos componentes na faixa de melhor rendimento (kW).

Sendo assim, a derivada da eq.(50), que deve ser incluída nas equações 40, 42, 44, 46 e 48, se torna:

$$(K_1 + K_2) \cdot K_6 \cdot K_4 \cdot C_{ub} \left( -5 \cdot \phi^{-6} \cdot f + \frac{df}{d\phi} \cdot \phi^{-5} \right) + \left[ K_6 \cdot K_4 \cdot C_{ub} \left( -5 \cdot \phi^{-6} \cdot f + \frac{df}{d\phi} \cdot \phi^{-5} \right) + L \cdot a \cdot b \cdot \phi^{b-1} \right] m \quad (53)$$

Novamente, igualando-se as equações 40, 42, 44, 46 e 48, acrescentadas da eq.(53), a zero, obtém-se o diâmetro econômico da tubulação de recalque na segunda aproximação.

Como se pode perceber, a resolução manual destas equações é um processo muito trabalhoso e impraticável. Porém, com o desenvolvimento do programa computacional (planilhas eletrônicas integradas) PRODIVE – Programa para cálculo do Diâmetro e Velocidade Econômica de escoamento – este processo se torna rápido.

Sendo assim, o modelo desenvolvido foi aplicado, via PRODIVE, a um sistema elevatório de água para suprimento de um equipamento de irrigação do tipo pivô central de 90,94 ha, já implantado, em uma propriedade agrícola do município de Itapura (SP). Deste modo, foi possível efetuar uma comparação entre o diâmetro/velocidade de escoamento observado e o calculado pelo modelo.

### Aplicação do Modelo

O modelo desenvolvido foi aplicado, via PRODIVE, a um sistema elevatório de água para suprimento de um equipamento de irrigação do tipo pivô central de 90,94 ha, já implantado, em uma propriedade agrícola do município de Itapura (SP). Deste modo, foi possível efetuar uma comparação entre o diâmetro/velocidade de escoamento observado e o calculado pelo modelo.

Os dados do sistema elevatório, necessários para aplicação do modelo são os seguintes:

#### *i) Dados hidráulicos básicos:*

- Vazão do sistema: 341 m<sup>3</sup>/h;
- Comprimento da tubulação de recalque: 1452 m;
- Material: aço galvanizado com junta elástica (rugosidade absoluta = 0,0002 m);
- Altura geométrica de elevação: 23,2 m;
- Carga piezométrica necessária no final da tubulação de recalque: 45,8 m;
- Rendimento esperado para o conjunto motobomba (1ª aproximação): 70%.

#### *ii) Dados econômicos básicos:*

- Taxa anual de juros: 8,75%;
- Valor residual do sistema: 10%;
- Período de amortização do sistema: 15 anos;
- Gasto anual com manutenção e reparos: 2% do investimento inicial.

#### *iii) Dados da regressão multiplicativa entre o diâmetro da tubulação de recalque (F em metros) se seu custo unitário instalado (\$/m):*

$$\text{Preço} = a \cdot \phi^b$$

- Sendo: a = 436,59 e b = 1,19223;
- Nível mínimo de significância da regressão:

0,00053;

- Coeficiente de determinação (R<sup>2</sup>): 98,85%.

#### *iv) Dados para o sistema à combustão:*

- Tipo de combustível: óleo diesel;
- Preço do combustível: \$1,57/L;
- Consumo unitário de combustível: 0,225 L/cv/h;
- Tempo anual de operação: 2400 h;
- Rendimento esperado para a bomba hidráulica (segunda aproximação): 79%.

#### *v) Dados para o sistema à eletricidade na tarifação convencional (sem e com desconto):*

- Número de dias por ano de operação do sistema: 120;
- Tempo de operação diário do sistema: 20 h;
- Número de meses por ano sem operar o sistema: 4;
- Tarifa de demanda convencional: \$9,78/kW;
- Tarifa de consumo convencional: \$0,14298/kWh;
- Tempo de operação diário do sistema entre 23 e 5h (horário especial com desconto para irrigantes): 6 h;
- Fração de desconto sobre a tarifa de consumo para irrigantes entre 23 e 5h: 0,70;
- Rendimento esperado para o conjunto motobomba (2ª aproximação): 75%.

#### *vi) Dados para o sistema à eletricidade na tarifação horo-sazonal verde (sem e com desconto):*

- Número de dias de operação do sistema no período seco: 100;
- Tempo de operação diário do sistema fora da ponta no período seco: 20 h;
- Tempo de operação diário do sistema na ponta no período seco: 0 h;
- Número de dias de operação do sistema no período úmido: 20;
- Tempo de operação diário do sistema fora da ponta no período úmido: 20 h;
- Tempo de operação diário do sistema na ponta no período úmido: 0 h;
- Número de meses por ano sem operar o sistema: 4;
- Tarifa de demanda horo-sazonal verde: \$8,60/kW;
- Tarifa de consumo horo-sazonal verde fora da ponta no período seco: \$0,08048/kWh;
- Tarifa de consumo horo-sazonal verde na ponta no período seco: \$0,76598/kWh;
- Tarifa de consumo horo-sazonal verde fora da

- ponta no período úmido: \$0,07115/kWh;
- Tarifa de consumo horo-sazonal verde na ponta no período úmido: \$0,75339/kWh;
- Tempo de operação diário do sistema entre 23 e 5h no período seco (horário especial com desconto para irrigantes): 6 h;
- Tempo de operação diário do sistema entre 23 e 5h no período úmido (horário especial com desconto para irrigantes): 6 h;
- Fração de desconto sobre a tarifa de consumo para irrigantes entre 23 e 5h: 0,70;
- Rendimento esperado para o conjunto motobomba (2ª aproximação): 75%.

Os resultados da aplicação do modelo podem ser vistos na Tabela 1.

**Tabela 1.** Diâmetro econômico e velocidade de escoamento econômica do sistema nos diferentes tipos de acionamento da bomba hidráulica e tarifação de energia elétrica.

Tipo de Sistema	1ª aproximação		2ª aproximação	
	D (mm)	v (m/s)	D (mm)	v (m/s)
Combustão: diesel	363,0	0,92	357,4	0,94
Eletricidade: TC – sem desconto	310,2	1,25	308,2	1,27
Eletricidade: TC – com desconto	301,3	1,33	300,9	1,33
Eletricidade: THS verde – sem desconto	287,4	1,46	289,8	1,44
Eletricidade: THS verde – com desconto	280,1	1,54	284,1	1,49

Conforme a Tabela 1, verifica-se que a diferença entre a primeira e segunda aproximação foi pequena, fato atribuído, em parte, pela semelhança entre o rendimento esperado na primeira aproximação e o esperado na segunda aproximação; e, também, porque o custo anual fixo dos componentes ativos do sistema, presentes somente na segunda aproximação, apresentou a mesma tendência que o custo anual fixo da tubulação de recalque apresentou no custo anual total na primeira aproximação.

Em relação à velocidade econômica, verifica-se que a do sistema com acionamento da bomba hidráulica por motor a diesel apresentou o menor valor (0,94 m/s), fato atribuído tanto ao maior custo anual de bombeamento, como ao maior custo anual fixo dos componentes ativos do sistema na composição do custo anual fixo total e, conseqüentemente, no custo anual total. Sendo assim, o diâmetro econômico neste sistema foi o maior verificado (357,4 mm).

Em relação à modalidade de tarifação da energia elétrica, pode-se notar que, devido a não utilização do sistema no horário de ponta, o custo anual de bombeamento na tarifação horo-sazonal verde apresentou uma menor participação no custo anual total. Com isto, o diâmetro da tubulação ficou menor, aliado ao fato do custo fixo dos componentes ativos do sistema não ter maior participação do que o da tubulação de recalque na composição do custo anual fixo total e, conseqüentemente, no custo anual total. Quando a tubulação de recalque é bastante extensa, sua participação no custo anual fixo total é majoritária, no intervalo do diâmetro econômico do sistema, em relação ao dos componentes ativos do sistema. Este raciocínio também é aplicado dentro de cada modalidade quando se aplica o desconto para irrigantes noturnos (Portaria 105 de 1992 do DNAEE).

Comparando-se o diâmetro da condição real, 250 mm, com o calculado pelo modelo na condição correspondente à tarifação praticada na propriedade, 284,1 mm, houve a necessidade de geração, transmissão e distribuição de uma energia elétrica extra, devida a maior perda de carga causada pelo diâmetro original, de aproximadamente 30800 kWh/ano. Isto significa que, em um ano, o consumidor gastaria R\$ 2804,00 a mais somente com o custo de bombeamento. Sendo assim, a tubulação de recalque deveria ser constituída de um trecho de 1150 m de diâmetro 300 mm e outro trecho de 302 m de diâmetro 250 mm para equivaler ao econômico.

## Conclusões

Conforme a proposição do trabalho, pode-se concluir que:

- O modelo desenvolvido permitiu o cálculo do diâmetro e velocidade econômica para cada tipo de acionamento da bomba hidráulica do sistema elevatório, modalidade de tarifação da energia



elétrica e benefício ou não do desconto especial para irrigantes noturnos;

- A aplicação do modelo permitiu verificar que o diâmetro utilizado pelo consumidor, 250 mm, em relação ao econômico, 284,1 mm, provoca um consumo extra de energia elétrica de 30800 kWh/ano.

## Referências

- [1] BABBITT, H.E. **Abastecimento de água**. Trad. de Z.C.Branco. São Paulo: Edgard Blücher; Brasília: INL, 1973. 592p.
- [2] CAMP, T.R. Water distribution. In: DAVIS, C.V. **Handbook of applied hydraulics**. New York: McGraw-Hill, 1952. cap.20, p.881-944.
- [3] COIADO, E.M.; A. RIVELLI JUNIOR., A. Influência da evolução do custo da energia elétrica no diâmetro econômico de uma instalação de recalque de água de abastecimento. **Revista Brasileira de Engenharia** - Caderno de Recursos Hídricos, v.11, n.2, p.27-48, dez. 1993.
- [4] CUOMO, A.R.; VILLELA, S.M. **Dimensionamento econômico de tubulações em recalque**. São Carlos: EESC, 1961. (Publicação 46).
- [5] DEB, A.K. Optimization in design of pumping systems. **Journal of the environmental engineering division** - ASCE, v.104, n.EE1, p.127-136, Feb. 1978.
- [6] LENCASTRE, A. **Hidráulica geral**. Lisboa, 1983. 654p.
- [7] NEVES, E.T. **Custo de hidráulica**. 7.ed. Porto Alegre: Globo, 1982. 577p.
- [8] SWAMEE, P.K. Design of a submarine pipeline. **Journal of the Transport Engineering Division** - ASCE, v.119, n.1, p.159-170, 1993.
- [9] ZOCOLER, J.L. Modelo para dimensionamento econômico de sistemas de recalque em projetos hidroagrícolas. Piracicaba, 1998. 107p. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.
- [10] ZOCOLER, J.L. Modelo matemático para cálculo dos custos e otimização de sistemas de bombeamento. Ilha Solteira, 2003. 189p. Tese (livre docência) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista.